

GUÍA N° 8 – 4^{tos} Medios

(FECHA DESDE 03.08 AL 16.08)

PROFESORES:

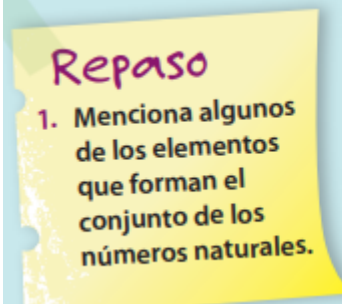
SRA. LESLY MUÑOZ – SRA. SUSANA CORTÉS - SRA. MARCELA GARCÉS- SR. FRANCISCO QUIJADA – SR. FERNANDO NAVARRO

Nombre: _____ Curso 4° _____ Fecha: _____

- **Estimado/a Estudiante:** Este material de trabajo fue preparado para que lo realices durante 2 semanas (03.08 al 16.08), con la ayuda de tu texto de estudiante (Si no posees el texto, contacta a tu profesor de la asignatura y pide el formato PDF). Como sugerencia puedes distribuir tu tiempo de trabajo 2 veces a la semana (1 hora). Todas tus guías deben ser resueltas, pueden ser archivadas en una carpeta o pegadas en tu cuaderno. (En el caso de no tenerlas impresas registrarlas y resolverlas en tu cuaderno de matemática).
- Puedes enviar tus avances, realizar tus dudas o consultas al → Correo del departamento deptomatematicasc52@gmail.com o puedes comunicarte con el profesor de tu asignatura.

OA 2: Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales..

En la presente guía vamos a representar distintos conjuntos de números por extensión y por comprensión, identificar lo que es una desigualdad y cuando emplearla.



Laura le propone a Tomás que describa algunos conjuntos, sin mencionar cada una de las letras. Observa.

$A = \{a, e, i, o, u\}$

$B = \{c, e, i, h, l\}$

$C = \{b, c, d, f, g, l, m, n, p, r, s, t, v, w\}$

- ¿Cómo crees tú que se pueden describir? Explica.

En cursos anteriores aprendiste que un conjunto es una colección de elementos que tienen una característica en común y que se puede definir escribiendo los elementos que lo conforman; por ejemplo, si queremos definir el conjunto A que le presentó Laura a Tomás, podemos escribir:

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

Otra manera de definir el conjunto anterior consiste en describir la característica común que tienen los elementos del conjunto. En este caso, como todas las letras son vocales, nos queda:

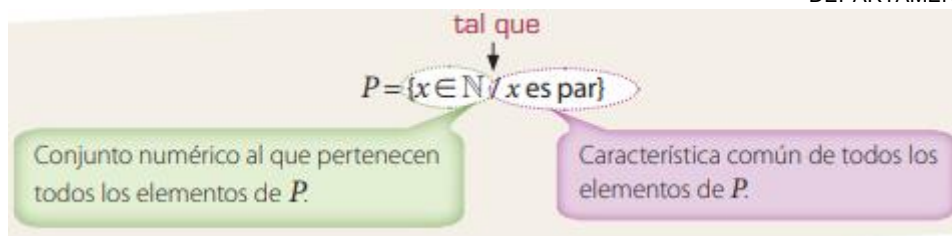
$$A = \{\text{Letras que son vocales}\}$$

En el primer caso, el conjunto está definido por **extensión** y en el segundo, por **comprensión**. Los conjuntos numéricos también pueden definirse por extensión o por comprensión; por ejemplo, si queremos definir el conjunto D de todos los dígitos nos queda:

$$\text{Por Extensión} \gg D = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$\text{Por Comprensión} \gg D = \{\text{dígitos}\}$$

Los conjuntos numéricos también pueden definirse por comprensión, usando simbología matemática; por ejemplo, para definir el conjunto P de los números positivos pares, podemos escribir:



El conjunto anterior se interpreta como "los elementos del conjunto P son todos los números pertenecientes a los números naturales tales que sean pares".

En la tabla de la derecha se muestran algunos símbolos matemáticos que se usan para definir conjuntos por comprensión; por ejemplo, el símbolo \wedge significa "y", y se usa para indicar que se deben cumplir ambas condiciones; por ejemplo, el conjunto

$P = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es par} \wedge x \text{ es de una cifra}\}$ representa el conjunto de aquellos números enteros que son pares y que además, tienen una cifra, es decir:

$$P = \{-8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$$

Al representar conjuntos por comprensión debes fijarte en que todos los elementos que forman el conjunto cumplan las condiciones dadas y que no existan otros elementos que cumplan la condición y que no estén en el conjunto; por ejemplo, no es correcto describir el conjunto $A = \{2, 4, 6, 9\}$ por comprensión de la forma $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es par}\}$, ya que hay números naturales que cumplen la condición de ser pares pero que no pertenecen a A . Además, un elemento del conjunto A (el 9) no cumple con la condición de ser par.

Símbolo	Se lee:
/ o :	Tal que
\in	Pertenece
\wedge	y
\vee	o
=	Igual que
\neq	Distinto que

¿Cómo hacerlo?

Escribe por extensión el conjunto $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 36\}$

Para escribir el conjunto por extensión, solo escribimos sus elementos separados por una coma. Los elementos de A son todos los números naturales que sean divisores de 36, es decir:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}.$$

¿Cómo hacerlo?

Escribe por comprensión el conjunto $A = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$.

Si te fijas, los elementos de A corresponden a los múltiplos positivos de 3. Luego:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 3\}$$

¿Cómo hacerlo?

Escribe por extensión y por comprensión el conjunto H de todos los números positivos que sean divisores de 24, o bien, que sean divisores de 18.

Los divisores de 24 son: $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Los divisores de 18 son: $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

Luego, del enunciado se desprende que los elementos del conjunto H son todos los divisores positivos de 24 o de 18. Si te fijas, puede darse cualquiera de las dos condiciones. Finalmente, definimos el conjunto H :

$$\text{por extensión: } H = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\};$$

$$\text{por comprensión: } H = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 24 \vee x \text{ es divisor de } 18\}$$

Finalmente

• Un conjunto se puede definir:

- por extensión, cuando los elementos del conjunto se escriben explícitamente; por ejemplo, el conjunto de todos los números naturales de dos cifras que comienzan con 3 es:
 $C = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39\}$;
- por comprensión, cuando se describe una o más características comunes de todos los elementos que forman el conjunto; por ejemplo, el conjunto de todos los números naturales que son divisores de 24 y que son pares, se puede describir por comprensión como:
 $P = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 24 \wedge x \text{ es par}\}$.

En cursos anteriores conociste algunas operaciones que se pueden realizar entre los conjuntos, como la unión o la intersección de ellos; por ejemplo, dados los conjuntos

$P = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ y $Q = \{1, 2, 3, 5, 8, 13\}$, la unión de P y Q es el conjunto con todos los elementos que pertenecen a P , o bien a Q , es decir:

$$P \cup Q = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 11, 13\}$$

Por otra parte, la intersección de P y Q es el conjunto de todos aquellos elementos que pertenecen tanto a P como a Q , es decir:

$$P \cap Q = \{2, 3, 5\}$$

Para realizar operaciones con conjuntos definidos por comprensión, una estrategia consiste en escribirlos definidos por extensión y luego realizar la operación pedida. Por ejemplo, dados los conjuntos:

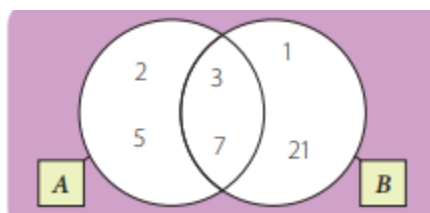
$$A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es un número primo de una cifra}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es un divisor de } 21\}$$

Si queremos determinar los conjuntos $A \cup B$ y $A \cap B$, a simple vista no resultará muy sencillo pues no conocemos los elementos de A ni de B , de modo que podemos escribir ambos conjuntos por extensión y luego representarlos en un diagrama de Venn. Observa.

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

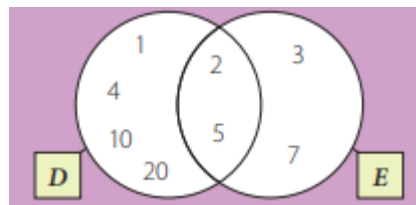
$$B = \{1, 3, 7, 21\}$$



Luego, se tiene que $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 21\}$ y $A \cap B = \{3, 7\}$.

¿Cómo hacerlo?

Sean D y E dos conjuntos. Si $D = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 20\}$, $D \cap E = \{2, 5\}$ y $D \cup E = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 20\}$, define el conjunto E por extensión y por comprensión.



Primero, necesitamos reconocer el conjunto D por extensión. Luego, nos queda: $D = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$. Luego, podemos representar la situación anterior usando un diagrama de Venn, como el de la izquierda. Por lo tanto, $E = \{2, 3, 5, 7\}$. Para definir el conjunto E por comprensión, considera que todos los elementos de E son números primos de una cifra.

Luego, podemos escribir: $E = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es primo} \wedge x \text{ tiene una cifra}\}$

Actividades: Resolver en tu cuaderno.

1. Escribe por extensión los siguientes conjuntos.

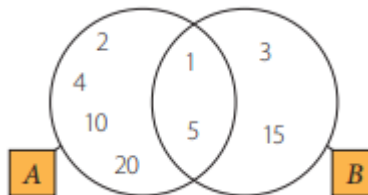
- $S = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 32\}$
- $T = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 5\}$
- $U = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ tiene } 2 \text{ cifras} \wedge x \text{ termina en } 4\}$
- $V = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es divisor de } 8 \vee x \text{ es divisor de } 12\}$
- $W = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es primo} \wedge x \text{ es par}\}$

2. Escribe por comprensión los siguientes conjuntos.

- a. $O = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- b. $P = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- c. $Q = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$
- d. $R = \{1, 10, 100, 1\ 000, 10\ 000, 100\ 000, \dots\}$
- e. $S = \{1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91\}$
- f. $T = \{4, 6, 8, 9\}$

3. Observa el diagrama de Venn y define, por extensión y por comprensión:

- a. el conjunto A .
- b. el conjunto B .
- c. el conjunto $A \cup B$.
- d. el conjunto $A \cap B$.



4. A partir de los conjuntos dados, realiza las siguientes operaciones.

$A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 20\}$
 $B = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es impar} \wedge x \text{ tiene una cifra}\}$
 $C = \{-6, -3, -1, 1, 3, 6, 9\}$

- a. $A \cup B$
- b. $B \cap C$
- c. $C \cup A$
- d. $(A \cap B) \cup C$
- e. $(C \cup B) \cup A$
- f. $(B \cap A) \cup (C \cup B)$

5. Dado el conjunto $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 48\}$, determina, en cada caso, un conjunto B tal que se cumplan las condiciones indicadas.

- a. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 48\}$
- b. $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$
- c. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 16, 24, 40, 48\}$
- d. $A \cap B = \emptyset$

Desigualdades

En la siguiente imagen se muestra la temperatura mínima y la máxima registrada en un día en Concepción.

- Utiliza alguno de los signos $<, >, \leq \text{ o } \geq$ para representar la relación de orden que hay entre los números correspondientes a las temperaturas mínima y máxima.
- Si ese día, a las 10 de la mañana la temperatura registrada era t , utiliza algunos de los signos $<, >, \leq \text{ o } \geq$ para representar la relación de orden que hay entre t y las temperaturas mínima y máxima.



En la vida diaria hay situaciones en las que se comparan cantidades que no necesariamente son iguales; por ejemplo, en el problema anterior, las temperaturas mínima y máxima no son iguales, o la temperatura registrada a las 10 de la mañana no es igual a la mínima ni tampoco a la máxima, sino que se encuentra entre ellas.

Las expresiones matemáticas que escribiste en el problema anterior se llaman **desigualdades** y las puedes utilizar para indicar que cierta cantidad es mayor, menor, mayor o igual, o menor o igual que otra. Para escribir una desigualdad puedes utilizar alguno de los signos $<, >, \leq \text{ o } \geq$, respectivamente.

¿Cómo hacerlo?

Representa las siguientes situaciones utilizando una desigualdad.

- El precio de la entrada supera los \$ 3 500.

Si llamamos p al precio de la entrada, tenemos que p debe ser mayor que \$ 3 500, por lo tanto:
 $p > 3\ 500$.

- La ganancia de Pedro por su trabajo no fue menor que \$ 12 000.

Si la ganancia de Pedro no fue menor que \$ 12 000, significa que fue igual o mayor que ese valor.

Luego, llamando g a la ganancia, nos queda $g \geq 12\,000$.

¿Cómo hacerlo?

¿Es correcta la desigualdad $(3 - 1)^2 < 3^2 - 1^2$?

La desigualdad anterior se puede verificar calculando el valor en cada lado, es decir:

$(3 - 1)^2 < 3^2 - 1^2$ • Realizamos las operaciones a ambos lados de la desigualdad.

$$2^2 < 9 - 1$$

$$4 < 8$$

Por lo tanto, la desigualdad es verdadera.

Finalmente

- Se denomina **desigualdad** a toda relación de orden que se establece entre números reales u otras expresiones matemáticas, mediante la comparación "menor que" ($<$), "menor o igual que" (\leq), "mayor que" ($>$) o "mayor o igual que" (\geq).
- Una desigualdad es verdadera si la relación establecida se cumple. Para verificarla, se puede calcular el valor de las expresiones a ambos lados de la desigualdad, si fuera necesario.

Actividades: Resolver en tu cuaderno.

1. Expresa la información de las siguientes situaciones utilizando desigualdades.

- Para un índice de radiación ultravioleta igual a 10, las personas de piel más sensible (aquellas que se queman con facilidad) no deben exponerse al sol sin protección más de 18 minutos.
- Una recomendación general es utilizar un protector solar con factor de protección 15 o mayor.
- Se considera que la calidad del aire es "regular" si el índice de calidad del aire por material particulado (ICAP) es superior a 100 y menor o igual a 200.
- En un examen que mide la cantidad de glucosa en la sangre de una persona adulta, se consideran normales los valores que van de 64 a 110 mg/dL (miligramos por decilitro).
- La nota n de Pedro no alcanzó el 6,0.
- La longitud de onda de la luz visible es superior a 380 nm y menor o igual a 780 nm.

2. Inventa una frase que se pueda modelar con cada una de las siguientes desigualdades.

- $r < 6$
- $230 \geq s$
- $p \leq 5,5$
- $3l > 2\,500$
- $a + b < 132$
- $m < n - 15$

3. Determina si las siguientes desigualdades son verdaderas o falsas.

- $108 \cdot 544 < 32 \cdot 51 \cdot 36$
- $(100 + 23) \cdot (100 - 23) \leq 2 \cdot 100^2 + 4\,600$
- $t^6 + 12 \geq 0$, con $t = -1$.
- $\frac{(7+2)^2}{2^2} \geq 7$
- $\frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{3+5} < \sqrt{3 \cdot 5}$
- $\frac{1,08 + 0,03}{0,001} < 1$
- $(-193)^2 \geq 193^2$

4. En un triángulo, la medida de uno de sus lados es siempre menor que la suma de las medidas de los otros dos, y mayor que su diferencia. Expresa con una desigualdad el rango de valores posibles para la medida del tercer lado, si los otros dos miden 6 cm y 19 cm, respectivamente.

Como las desigualdades expresan relaciones entre los números, al definir conjuntos por comprensión resulta útil usar las desigualdades; por ejemplo, si queremos definir el conjunto de todos los números naturales menores que 1 000, resultará largo escribir dicho conjunto por extensión, de modo que lo podemos escribir por comprensión de la siguiente manera:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x < 1\,000\}$$

En algunos casos, al definir un conjunto por comprensión podemos usar más de una desigualdad; por ejemplo, para expresar por comprensión el conjunto de todos los números enteros que se encuentran entre -4 y 7 , ambos incluidos, podemos escribir:

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / -4 \leq x \leq 7\}$$

En el caso anterior, la expresión $-4 \leq x \leq 7$ es equivalente a escribir las desigualdades $-4 \leq x$ y $x \leq 7$.

¿Cómo hacerlo?

Representa por comprensión el conjunto $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$.

Si te fijas, los elementos del conjunto son números primos menores o iguales que 29. Luego, lo podemos definir por comprensión de la siguiente manera:

$$B = \{x / x \text{ es primo} \wedge x \leq 29\}$$

¿Cómo hacerlo?

Representa por extensión el conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / -5 < x \leq 4\}$.

Los elementos del conjunto A son todos aquellos números enteros mayores que -5 y menores o iguales que 4 . Luego, al definirlo por extensión nos queda:

$$A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

¿Cómo hacerlo?

Dados los conjuntos $P = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 8\}$ y $Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, determina $P \cup Q$ y $P \cap Q$.

Podemos definir el conjunto P por extensión, ya que sus elementos son los números naturales menores o iguales que 8, es decir:

$$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

Luego, $P \cup Q$ contiene a todos los elementos que están en P o en Q , es decir:

$$P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Por otra parte, $P \cap Q$ contiene a todos los elementos que están en P y Q simultáneamente, es decir:

$$P \cap Q = \{1, 3, 5, 7\}$$

• También se pueden usar desigualdades para representar conjuntos por comprensión; por ejemplo:

$P = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x \leq 8\}$

tal que

x pertenece al conjunto de los números naturales.

x es mayor que 2 y menor o igual que 8.

Actividades: Resolver en tu cuaderno.

1. Escribe por extensión los siguientes conjuntos.

- a. $C = \{x \in N / x < 12\}$
- b. $D = \{x \in N / x \geq 6\}$
- c. $E = \{x \in Z / -2 < x < 9\}$
- d. $F = \{x \in Z / x \text{ es primo} \wedge x < 20\}$
- e. $G = \{x \in N / -7,5 < x < 6\}$

2. Escribe por comprensión los siguientes conjuntos.

- a. $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- b. $S = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$
- c. $T = \{-5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9\}$
- d. $U = \{18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\}$
- e. $V = \{6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
- f. $W = \{13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$

3. Observa los siguientes conjuntos.

$$P = \{x \in Z / -5 \leq x < 8\}$$

$$Q = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$R = \{x \in N / -8 < x \leq 4\}$$

Usando los conjuntos anteriores, realiza las operaciones dadas, en cada caso.

- a. $P \cap Q$
- b. $R \cup P$
- c. $(P \cap R) \cup Q$
- d. $(Q \cup R) \cup P$
- e. $(P \cap Q) \cap R$
- f. $(P \cap R) \cup (Q \cup R)$

4. Usando desigualdades, representa por comprensión los siguientes conjuntos.

- a. Números enteros mayores que -81 y menores o iguales que 19 .
- b. Números pares que se encuentran entre -50 y 160 , ambos incluidos.
- c. Números impares que se encuentran entre 20 y su opuesto, sin incluirlos.
- d. Números positivos compuestos no superiores que 88 .

Me evaluó: evalúa tu trabajo marcando con una X tu nivel de desempeño.

Indicador	Muy bien	Regular	Insuficiente
1) Soy capaz de representar por extensión un conjunto numérico.			
2) Soy capaz de representar por comprensión un conjunto numérico.			
3) Soy capaz de identificar una desigualdad.			
4) Soy capaz de representar la unión de conjuntos numéricos.			
5) Soy capaz de representar la intersección de conjuntos numéricos.			
6) Soy capaz de representar una situación mediante una desigualdad.			
7) Cuando tuve dudas; consulte al profesor/a, a un compañero/a o busque información en internet.			
8) Di todo mi esfuerzo posible en el desarrollo de las actividades.			

¿Qué es lo que más me ha costado?

¿Qué es lo que más me ha gustado?
