Estimado/a Estudiante: *Este material de trabajo fue preparado para que lo realices durante* ***dos semanas****. Como sugerencia puedes apartar 50min. o 1hora todos los días para ir avanzando. Usa tu* ***texto escolar y cuadernillo de ejercicios*** *entregado por el MINEDUC; ya que esta guía está basada en ellos. Recuerda guardar tus guías en una carpeta y realizar los ejercicios adicionales en tu cuaderno de matemáticas, los que serán revisados en el momento oportuno. Puedes enviar tus avances, consultas o dudas a mi correo electrónico* *scortesla2007@alu.uct.cl* *o vía* ***whatsapp +56932251684 (8:00 a 18:00 hrs)*** *y estaré atenta para responder.*

NÙMEROS RACIONALES (18 al 29 de Mayo)

OA1: Calcular operaciones con números racionales ($\boldsymbol{Q}$) en forma simbólica

1.3 Reducir expresiones numéricas de números racionales, aplicando las propiedades de conmutatividad, asociatividad y distributividad.

En el conjunto $\boldsymbol{Q}$ para la **adición y multiplicación** se cumplen las siguientes **PROPIEDADES:**

- **Clausura: Si $\boldsymbol{a, b \in Q}$ entonces $\boldsymbol{(a + b) \in Q}$ y $\boldsymbol{(a * b) \in Q}$.**

$\in$: *pertenece* $\quad$ Q: *conjunto de los números racionales (Naturales, enteros, decimales y fracciones)*

Ejemplos:

$\boldsymbol{a + b \in Q}$	$\boldsymbol{a * b \in Q}$
$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4} \in Q$	$\frac{3}{5} * \frac{2}{3} = \frac{6}{15} \in Q$

El conjunto de los racionales cumple con la **clausura en la suma y multiplicación,** porque al sumar o multiplicar dos racionales, siempre resulta otro racional. Se dice también que se cumple la propiedad de la **cerradura, esta clausurado**, porque se mantienen en la misma familia.

- **Conmutativa: Si $\boldsymbol{a, b \in Q}$ entonces $\boldsymbol{a + b = b + a \in Q}$ y $\boldsymbol{a * b = b *}$**

Ejemplos:

$\boldsymbol{a + b = b + a}$	$\boldsymbol{a * b = b * a}$
$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{2 * 2}{5 * 2} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ m.c.m =10 (amplifico e igualo denominador para sumar)) $\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{2 * 2}{5 * 2} = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$ m.c.m (mínimo común múltiplo)	$\frac{-4}{3} * \frac{5}{8} = \frac{-20:4}{24:4} = \frac{-5}{6}$ Simplifico $\frac{5}{8} * \frac{-4}{3} = \frac{-20:4}{24:4} = \frac{-5}{6}$

Tanto la suma como la multiplicación son conmutativas, porque ***no importa el orden en que sume o se multiplique siempre resulta lo mismo***. Aquí se aplica el típico “el orden de los factores no altera el producto”, entonces para la suma podríamos decir “el orden de los sumandos no altera la suma”

➢ **Asociativa:** Si $a, b, c \in Q$ entonces $a + (b + c) = (a + b) + c \in Q$ **y** $a * (b * c) = (a * b) * c$

Ejemplo:

$a + (b + c)$	$(a + b) + c$	$a * (b * c)$	$(a * b) * c$
m.c.m =6,igualamos denominador, para sumar $\frac{5}{6} + \left(\frac{1}{3} + \frac{-5}{2}\right)$ $= \frac{5}{6} + \left(\frac{1 * 2}{3 * 2} + \frac{-5 * 3}{2 * 3}\right)$ $= \frac{5}{6} + \left(\frac{2}{6} + \frac{-15}{6}\right)$ $= \frac{5}{6} + \frac{-13}{6}$ $= \frac{-8:2}{6:2}$ $= \frac{-4}{3}$	$\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{3}\right) + \frac{-5}{2}$ $= \left(\frac{5}{6} + \frac{1 * 2}{3 * 2}\right) + \frac{-5}{2}$ $= \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{6}\right) + \frac{-5}{2}$ $= \frac{7}{6} + \frac{-5 * 3}{2 * 3}$ $= \frac{7}{6} + \frac{-15}{6}$ $= \frac{-8:2}{6:2}$ $= \frac{-4}{3}$	$\frac{-1}{5} * \left(\frac{2}{3} * \frac{-5}{4}\right)$ $= \frac{-1}{5} * \frac{-10}{12}$ $= \frac{10:10}{60:10}$ $= \frac{1}{6}$	$\left(\frac{-1}{5} * \frac{2}{3}\right) * \frac{-5}{4}$ $= \frac{-2}{15} * \frac{-5}{4}$ $= \frac{10:10}{60:10}$ $= \frac{1}{6}$

También la suma y el producto son asociativos, porque **no importa** que números asocie primero, siempre que sean solo sumas reiteradas o productos reiterados.

➢ **Elemento Neutro**: Para todo $a \in Q$ existe un único elemento neutro, tal que:

Neutro aditivo $a + 0 = 0 + a = a$ **Neutro multiplicativo** $a * 1 = 1 * a = a$

Ejemplo:

$a + 0 = 0 + a = a$	$a * 1 = 1 * a = a$
$3 + 0 = 3$ $0 + 3 = 3$	$5 * 1 = 5$ $1 * 5 = 5$

- **La suma** tiene elemento neutro al "0" porque si le sumo cero a cualquier número no afecta.

- **La multiplicación** tienen el "1" como elemento neutro, porque al multiplicar por 1, el producto no se modifica.

▶ **Elemento inverso:** Para todo $a \in \mathbb{Q}$ existe:

Inverso aditivo	Inverso multiplicativo
$-a \in \mathbb{Q}$ tal que $a + (-a) = (-a) + a = 0$	$\frac{1}{a} \in \mathbb{Q}\ (a \neq 0)$ tal que $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$

Ejemplo:

$\boldsymbol{a + (-a) = (-a) + a = 0}$	$\boldsymbol{a * \frac{1}{a} = \frac{1}{a} * a = 1}$
$\frac{1}{2} + \left(\frac{-1}{2}\right) = 0$ $\left(\frac{-1}{2}\right) + \frac{1}{2} = 0$	$3 * \frac{1}{3}$ $= \frac{3}{1} * \frac{1}{3}$ $= \frac{3}{3}$ $= 1$ Para el caso de $\frac{2}{5}$ su inverso o recíproco es $\frac{5}{2}$

El elemento inverso de la suma es el opuesto
El elemento inverso de la multiplicación es el recíproco

▶ **Distributiva:** Si $a, b, c \in \mathbb{Q}$ entonces $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$.

Ejemplo:

$\boldsymbol{a * (b + c)}$ =	$\boldsymbol{(a * b) + (a * c)}$
$\frac{1}{2} * \left(\frac{2}{5} + \frac{-5}{3}\right)\ m.c.m\ 15$ $\frac{1}{2} * \left(\frac{2 * 3}{5 * 3} + \frac{-5 * 5}{3 * 5}\right)$ $= \frac{1}{2} * \left(\frac{6}{15} + \frac{-25}{15}\right)$ $= \frac{1}{2} * \frac{-19}{15}$ $= \boldsymbol{\frac{-19}{30}}$	$\left(\frac{1}{2} * \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} * \frac{-5}{3}\right)$ $= \frac{2 * 3}{10 * 3} + \frac{-5 * 5}{6 * 5}\ m.c.m\ 30$ $= \frac{6}{30} + \frac{-25}{30}$ $= \boldsymbol{\frac{-19}{30}}$

El producto distribuye sobre la suma, es decir, si algo multiplica un paréntesis con suma, el factor que está afuera multiplica a cada sumando interno.

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Completa con = (igual) o ≠ (distinto) según corresponda.

a. $\frac{4}{7}+\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{10}\right) \bigcirc \left(\frac{4}{7}+\frac{3}{5}\right)+\frac{1}{10}$

b. $\frac{2}{7}+\left(-\frac{5}{8}+0,\overline{7}\right) \bigcirc \left(\frac{2}{7}\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)\right)\cdot 0,\overline{7}$

c. $0,4+(-0,4) \bigcirc (-0,4)+0,4$

d. $\frac{4}{5}\cdot 1,75 \bigcirc 1,75\cdot\frac{4}{5}$

e. $3,5\cdot(-2)-1,1\cdot 2 \bigcirc (3,5-1,1)\cdot 2$

f. $\frac{3}{7}\cdot\left(3,2+\frac{1}{2}\right) \bigcirc \frac{3}{7}\cdot 3,2+\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{2}$

2. Completa con el nombre de la propiedad que se utilizó en cada paso de la resolución.

a. $1,2\cdot\frac{4}{9}+1,2\cdot\frac{5}{9}$

$=1,2\cdot\left(\frac{4}{9}+\frac{5}{9}\right)$ ▶ ____________________

$=1,2\cdot 1$ ▶ ____________________

$=1\cdot 1,2$ ▶ ____________________

$=1,2$ ▶ ____________________

b. $\frac{8}{10}+\frac{2}{10}+\frac{1}{10}$

$=\left(\frac{8}{10}+\frac{2}{10}\right)+\frac{1}{10}$ ▶ ____________________

$=1+\frac{1}{10}$

$=\frac{1}{10}+1$ ▶ ____________________

$=\frac{11}{10}$

3. Responde.

a. Al sumar dos números naturales, ¿su resultado es un número natural?

b. Si se restan dos fracciones, ¿su resultado es una fracción?

c. Si sumas o restas dos números racionales, ¿su resultado es un número racional?

d. Al multiplicar dos números naturales, ¿su resultado es un número natural? ¿Qué se obtiene si se dividen dos números naturales?

e. Si se multiplican o dividen dos fracciones, ¿su resultado es siempre un número entero?

f. Si se multiplican o dividen dos números racionales, ¿su resultado es un número racional?

4. Escribe V si la afirmación es verdadera o F si es falsa. Justifica las falsas.

a. ◯ Si $a\in\mathbb{N}$ y $b\in\mathbb{Q}$, entonces siempre ocurre que $a+b\in\mathbb{N}$.

b. ◯ Si $a\in\mathbb{Z}$ y $b\in\mathbb{Q}$, entonces siempre ocurre que $a\cdot b\in\mathbb{Z}$.

c. ◯ Si $a=0$ y $b\in\mathbb{Q}$, entonces siempre ocurre que $a+b=0$.

d. ◯ Si $a\in\mathbb{N}$, $b\in\mathbb{Z}$ y $c\in\mathbb{Q}$, entonces siempre ocurre que $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$.

Propiedades de la adición y multiplicación de números racionales

1. Aplica las propiedades y completa las siguientes tablas.

a.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de $\frac{e}{f}$	inverso de $\frac{c}{d}$	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$	$\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$	$\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$	$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}$	$\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)$	$\frac{a}{b}+0$
$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{4}$								
$\frac{5}{2}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{7}{8}$								

b.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de $\frac{a}{b}$	inverso de $\frac{c}{d}$	$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}$	$\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}$	$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)\cdot\frac{e}{f}$	$\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{c}{d}\cdot\frac{e}{f}\right)$	$\frac{a}{b}\cdot 1$	$\frac{e}{f}\cdot 0$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$								
$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{4}$								

2. Anota = si las operaciones tienen igual resultado, en caso contrario anota ≠.

a. $\frac{4}{7}+\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{10}\right)$ ◯ $\left(\frac{4}{7}+\frac{3}{5}\right)+\frac{1}{10}$

b. $\frac{2}{7}\cdot\left(\frac{5}{8}\cdot\frac{7}{9}\right)$ ◯ $\left(\frac{2}{7}\cdot\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{7}{9}$

c. $\frac{18}{3}\cdot 0$ ◯ $0\cdot\frac{18}{3}$

d. $7\cdot(4-9)$ ◯ $(7\cdot 4)-(7\cdot 9)$

e. $\frac{4}{9}+\frac{5}{3}$ ◯ $\frac{5}{3}+\frac{4}{9}$

f. $\frac{3}{7}+0$ ◯ $0+\frac{3}{7}$

g. $(20{,}4+12{,}6)\cdot 3{,}5$ ◯ $(20{,}4\cdot 3{,}5)+(12{,}6\cdot 3{,}5)$

h. $\frac{2}{7}+\left(\frac{-2}{7}\right)$ ◯ $\left(\frac{-2}{7}\right)+\frac{2}{7}$

i. $\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{11}$ ◯ $\frac{2}{11}\cdot\frac{3}{8}$

j. $\frac{4}{7}\cdot\frac{7}{4}$ ◯ $\frac{7}{4}\cdot\frac{4}{7}$

3.

Relaciona cada proposición con su respectiva propiedad.

a. Si $a, b \in \mathbb{Q}$, entonces $a+b=b+a$ ◯

b. Para todo $a \in \mathbb{Q}$ se cumple que $a\cdot 1=1\cdot a=a$ ◯

c. Para todo $a \in \mathbb{Q}$ se cumple que $a+(-a)=(-a)+a=0$ ◯

d. Si $a, b \in \mathbb{Q}$, entonces $(a+b)\in\mathbb{Q}$ ◯

e. Si $a, b \in \mathbb{Q}$, entonces $a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$ ◯

f. Si $a, b \in \mathbb{Q}$, entonces $a\cdot(b+c)=(a\cdot b)+(a\cdot c)$ ◯

A Asociativa
B Distributiva
C Conmutativa
D Clausura
E Elemento inverso
F Elemento neutro

Operaciones combinadas

1. Completa la tabla realizando las operaciones indicadas hasta tres cifras decimales.

a	b	c	$a + b \cdot c$	$b + c : a$	$2b + c$
–2,4	1,08	3,8			
5,01	–8	0,32			
1,4	8,5	–9,7			
–9	7,2	5,034			

2. Encuentra el error que hay en cada cálculo. Luego, corrígelo.

a.

$$(0,\overline{5} - 0,1\overline{6}) : 2,\overline{4} + 0,25 = \left(\frac{5}{9} - \frac{16}{9}\right) : \frac{22}{9} + 0,25 =$$
$$= \left(-\frac{11}{9}\right) : \frac{22}{9} + \frac{1}{4} =$$
$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

b.

$$-0,5 + \frac{3}{4} \cdot 1,\overline{6} : 2,5 + 0,\overline{7} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} : \frac{5}{2} + \frac{7}{9} =$$
$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{7}{9} =$$
$$= \frac{1}{6} + \frac{7}{9} = \frac{17}{18}$$

3. **Geografía** Se considera que la superficie de la Tierra es de unos 500 millones de km^2. Los océanos ocupan $\frac{7}{10}$ de la superficie total del planeta. De esto, la fracción que corresponde a cada uno de ellos es aproximadamente la siguiente:

- Océano Atlántico $\frac{1}{4}$
- Océano Pacífico $\frac{1}{2}$
- Océano Índico $\frac{1}{5}$
- Océano Ártico $\frac{1}{20}$

a. ¿Qué superficie ocupan los continentes? ______________________ km^2

b. Respecto de la superficie total del planeta, ¿qué fracción corresponde a cada uno?

- Océano Atlántico $\square$
- Océano Pacífico $\square$
- Océano Índico $\square$
- Océano Ártico $\square$

c. ¿Qué superficie ocupa el océano Pacífico? ______________________ km^2

4. **Calcula el valor de la siguiente expresión:**

$$\left(1+\frac{-1}{2}\right)\cdot\left(-1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{-1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(-1+\frac{1}{99}\right)\cdot\left(1+\frac{-1}{100}\right)=\boxed{}$$

5. **Resuelve los siguientes problemas.**

a. **Historia** La medida del lado de la base de la pirámide de Keops en Egipto es de 230,36 m y la altura de cada cara es de 146,9 m. ¿Cuál es el área de cada una de las caras laterales de la pirámide de Keops?

____

b. Un camión transporta al sur 8 bloques de mármol de 1,56 toneladas cada uno y 4 vigas de hierro de 0,64 toneladas cada una. Si su carga máxima es 16 toneladas, ¿cuánta carga más puede soportar?

____

6. **Resuelve las siguientes fracciones complejas, que tienen fracciones en el numerador y el denominador.**

A veces, primero se efectúan por separado las operaciones indicadas en el numerador y en el denominador; después, se divide el numerador por el denominador. En otros casos, es conveniente empezar por la parte inferior y luego ir subiendo. Observa.

$$2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\boxed{2+\frac{1}{2}}}}=2+\cfrac{1}{2+\boxed{\cfrac{1}{\frac{5}{2}}}}=2+\cfrac{1}{\boxed{2+\frac{2}{5}}}=2+\boxed{\cfrac{1}{\frac{12}{5}}}=2+\frac{5}{12}=\frac{29}{12}$$

a. $\dfrac{1\frac{1}{2}+\frac{7}{9}}{1\frac{1}{3}-\frac{3}{5}}=\boxed{}$

b. $\dfrac{1\frac{2}{3}-\frac{3}{5}}{1-\cfrac{2}{3+\cfrac{4}{1-\frac{2}{3}}}}=\boxed{}$

c. $2-\cfrac{2}{2-\cfrac{2}{2-\frac{2}{3}}}=\boxed{}$

d. $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}}=\boxed{}$

7. **Pedro se sirve un vaso lleno de néctar y bebe $\frac{2}{3}$ de su contenido, luego lo rellena con agua y bebe las $\frac{2}{5}$ partes, lo vuelve a rellenar con agua y bebe los $\frac{2}{7}$.**

a. ¿Qué fracción del total de néctar queda en el vaso?

____

b. Si el vaso es de 210 mL, ¿cuánto tomó en total?

____

"Serás capaz de lograr lo que sea si tu entusiasmo no tiene límites". *Anónimo*

¡¡¡¡ BUEN TRABAJO !!!!