LICEO POLITÉCNICO
EMA ESPINOZA CORREA
LAUTARO

NUMEROS RACIONALES

Se llama número **Racional** a todo aquel número que puede representarse como el **cociente** de dos números enteros, en otras palabras, un numero racional es todo aquel **que puede escribirse como fracción**, **cuyo denominador debe ser distinto de cero**. Este conjunto se representa con la siguiente letra $\mathbb{Q}$.

Su representación está dada por: $\{ \frac{a}{b}\ tal\ que\ a,\ b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0\}$ (se lee, a dividido b, tal que a y b pertenecen al conjunto de los enteros y b es distinto de cero)

Tipos de Números Racionales.

Considera que **TODOS LOS NATURALES Y ENTEROS, <u>son también Racionales</u>,** es decir, se pueden escribir como una fracción. Por ejemplo, 5 es un número natural y también es Entero, pero si lo representas de la forma $\frac{5}{1}$ es un número racional. A estos se le suman las **fracciones**, que también tienen distintas clasificaciones o tipos, y algunos **decimales** que también se clasifican según como se escriben. Más adelante vamos a ver dichas clasificaciones, para que conozcas a todos los que conforman el conjunto de los números Racionales.

Observa: En cada caso se escribirá a que conjunto **pertenece ($\in$)** y a cual **<u>no</u> pertenece ($\notin$)** cada número, con su respectiva explicación. También verás a un conjunto nuevo los Irracionales.

Numero	Naturales $\mathbb{N}$	Enteros $\mathbb{Z}$	Racionales $\mathbb{Q}$	Irracionales $\mathbb{Q}^*$	
5	$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	Observa que el 5 al ser Natural también es Entero y también Racional.
-5	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	Observa que -5 no es Natural porque es negativo, pero si es Entero lo que hace que también sea Racional.
1,5	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	El 1,5 no es Natural ni Entero, pero si es racional, porque se puede transformar a fracción.
$-\frac{2}{7}$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	El -2/7 no es Natural, tampoco Entero, pero si es racional ya que se puede escribir como fracción y su denominador es distinto de cero.
1,3457235…	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	Este número es <u>solo</u> **Irracional** ya que sus decimales no siguen ninguna regularidad o periodo, es decir no se repiten y no tienen fin, nos damos cuenta de eso por los tres puntitos …
1,25436	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	Este número pareciera ser irracional, pero es totalmente RACIONAL ya que si bien no tiene regularidad, **<u>si tiene fin</u>, lo que permitiría escribirlo como fracción.**
$3,4\overline{53}$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	Este número si bien se repite 3,4535353535353… infinitas veces, tiene **<u>regularidad</u>** lo que hace que si se pueda representar como fracción.

AHORA TE TOCA A TÍ

Actividad1: Indica en cada caso a que conjunto **pertenece (∈)** y a cual **no pertenece (∉)** cada número. (puede ser más de uno, guíate por los ejemplos anteriores)

Numero	Naturales $\mathbb{N}$	Enteros $\mathbb{Z}$	Racionales $\mathbb{Q}$	Irracionales $\mathbb{Q}^*$
-45				
1235				
0,78				
$\frac{3}{8}$				
$6,\overline{27}$				
$2,\overline{4}$				
$0,124\overline{7}$				
-982173				
0				
5, 98127…				
5,98127				
3,14159				
3,14159…				
$5\frac{1}{2}$				
1				
23456				
-1234				
$-35\frac{11}{29}$				
$\frac{9}{2}$				
-1				
1,3562…				
$\frac{5}{4}$				
5				
0,1234…				
$\frac{1}{3}$				
0,1234				
$24,45\overline{94}$				
$\frac{34}{5}$				

FRACCIONES.

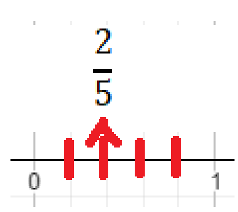
Una fracción es por decirlo de alguna forma la división de 2 números expresada de la siguiente forma $\frac{a}{b}$, donde "a" es el Numerador y "b" es el Denominador ("b" nunca puede ser 0)

Para poder Transformar una fracción a decimal, basta con dividir el numerador por el denominador hasta que ya no se pueda más, o hasta encontrar alguna regularidad o periodo.

Tipos de fracciones

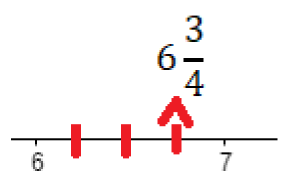
1) **Fracción Propia:** Es cuando el numerador (número de arriba) es más pequeño que el denominador (número de abajo) ejemplos: $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{3}{2}$; $\frac{4}{78}$; $\frac{3}{8}$; $-\frac{49}{50}$

   Para ubicar estas fracciones en la recta numérica debes tener en cuenta que estará entre el 0 y 1 de ser una fracción positiva, y entre el -1 y 0 de ser una fracción negativa, esto se debe a que si divides una fracción propia los resultado siempre darán "cero como algo" (0,2 ; 0,24 ; 0,456 etc…) ejemplo para ubicar la fracción $\frac{2}{5}$ en la recta, ya sabemos que es positiva, por lo tanto estará entre 0 y 1, ahora cortamos ese espacio en 5 partes iguales (dadas por el denominador) y luego nos ubicamos en la parte 2 (indicada por el numerador). Observa que 4 líneas producen los 5 espacios.



2) **Fracción Impropia:** Es cuando el numerador es más grande que el denominador, ejemplos $\frac{7}{5}$; $\frac{9}{4}$; $-\frac{11}{2}$; $\frac{79}{78}$; $\frac{13}{8}$; $-\frac{879}{50}$ estas fracciones se pueden transformar en mixtas lo que ayuda en el proceso para ubicarlas en la recta numérica.

3) **Fracción mixta:** Es la mezcla de un numero Entero y una fracción propia, ejemplos: $6\frac{3}{4}$; $2\frac{3}{4}$; $-5\frac{1}{2}$. Para ubicar dichas fracciones en la recta numérica se debe ver primero el numero entero, en el primer ejemplo $6\frac{3}{4}$ como el entero es "6" (positivo) entonces quiere decir que la fracción se ubicara entre el 6 y 7, dicho espacio se debe dividir por 4 (denominador) para luego ubicarse en el 3ro (numerador)



¿Cómo convertir de una fracción impropia a una mixta y viceversa?

FRACCIÓN IMPROPIA	→	FRACCIÓN MIXTA
$\frac{7}{4}$	- Lo primero es <u>dividir</u> 7 en 4, sin sacar decimales 7 : 4 = 1 3… - El 1, que corresponde al cociente o resultado de la división pasa a ser la parte entera de la fracción mixta. - El 3, que corresponde al resto de la división para a ser el numerador de la fracción propia, y el 4 se mantiene como denominador.	$1\frac{3}{4}$
$\frac{15}{2}$	- Lo primero es <u>dividir</u> 15 en 2, sin sacar decimales 15 : 2 = 7 1… - El 7, que corresponde al cociente o resultado de la división pasa a ser la parte entera de la fracción mixta. - El 1, que corresponde al resto de la división para a ser el numerador de la fracción propia, y el 2 se mantiene como denominador.	$7\frac{1}{2}$

FRACCIÓN MIXTA	→	FRACCIÓN IMPROPIA
$3\frac{1}{4}$	- Lo primero es <u>multiplicar</u> la parte entera por el denominador, o sea: $3 \cdot 4 = 12$ - y luego le sumamos el numerador 1, $12 + 1 = 13$ Ese 13 va al numerador de nuestra fracción impropia, y el 4 se mantiene como denominador.	$\frac{13}{4}$
$-5\frac{2}{3}$	- Lo primero es <u>multiplicar</u> la parte entera por el denominador, o sea: $5 \cdot 3 = 15$ - y luego le sumamos el numerador 2, $15 + 2 = 17$ Ese 17 va al numerador de nuestra fracción impropia, y el 3 se mantiene como denominador. - y algo muy importante, no nos podemos olvidar de ahora poner el signo negativo, ya que la fracción era negativa.	$-\frac{17}{3}$

¿Cómo se cuándo una fracción es mayor, menor o igual (equivalente) que otra?

Para poder comparar fracciones, basta con multiplicar de la siguiente manera.

$$8 \quad \frac{2}{5} \qquad \frac{1}{4} \quad 5$$

como 4 • 2 = 8, y 5 • 1 = 5 vemos que el número 8 que es mayor, acompaña a la fracción $\frac{2}{5}$, por lo tanto dicha fracción sería la mayor. $\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$

$$45 \quad \frac{3}{5} \qquad \frac{9}{15} \quad 45$$

En este caso, como al multiplicar de esa manera especial, ambos resultados nos dan 45, nos percatamos que las fracciones son equivalente o iguales. $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

Ojo: si una de las fracciones es negativa, evidentemente será menor, pero si ambas son negativas, al realizar lo mostrado anteriormente la que tenga “la multiplicación mayor”, será la más pequeña.

AHORA TE TOCA A TÍ

Actividad 2:

1) Transforma de fracción impropia a fracción mixta.

$a)\ \frac{7}{4} =$ $\quad b)\ \frac{5}{2} =$ $\quad c)\ \frac{17}{4} =$ $\quad d)\ \frac{51}{4} =$

$e)\ \frac{3}{2} =$ $\quad f)\ \frac{7}{2} =$ $\quad g)\ \frac{9}{4} =$ $\quad h)\ \frac{7}{6} =$

2) Transforma de fracción mixta a impropia.

$a)\ 2\frac{3}{4} =$ $\quad b)\ 7\frac{1}{2} =$ $\quad c)\ 5\frac{1}{7} =$ $\quad d)\ 7\frac{2}{5} =$

$e)\ 2\frac{1}{3} =$ $\quad f)\ 7\frac{1}{7} =$ $\quad g)\ 8\frac{1}{4} =$ $\quad h)\ 12\frac{3}{4} =$

3) Compara las siguientes fracciones escribiendo el símbolo <, > ó = según corresponda.

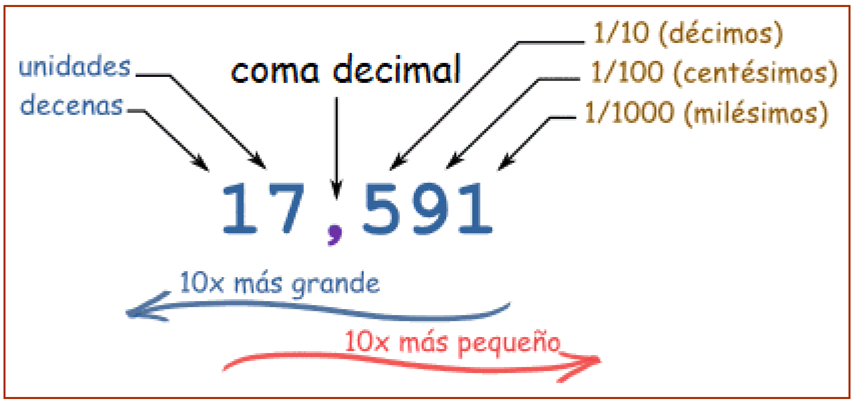
a) $\frac{3}{5}$ ____ $\frac{5}{3}$ $\quad$ b) $\frac{6}{12}$ ____ $\frac{1}{2}$ $\quad$ c) $\frac{12}{5}$ ____ $\frac{12}{7}$

d) $\frac{17}{9}$ ____ $\frac{27}{9}$ $\quad$ e) $-\frac{1}{4}$ ____ $-\frac{1}{2}$ $\quad$ f) $-\frac{1}{5}$ ____ $-\frac{2}{5}$

DECIMALES.

Los números decimales son números que poseen una coma "," o dependiendo de donde vivas o la tecnología que uses con un punto "." Estos (el punto o la coma) sirven para indicarte exactamente donde está la cifra de la unidad, para así poder leer y operar los números. Cada cifra de los números ocupa un valor posicional que dependiendo donde esté significa algo.

Valor posicional.



Tipos de Decimales:

1) **Decimal Finito:** Es un tipo de decimal que tiene fin, por ejemplo
0,3 termina en el 3
5,2 termina en el 2
-12,5678 si bien tiene varios números después de la coma, si termina en el 8.

2) **Decimal Infinito Periódico:** Es aquel tipo de decimal que no tiene fin, por eso es infinito, pero sus números justo después de la coma siguen cierto periodo o regularidad. Ejemplos
$\mathbf{0,\overline{3}}$**= 0,33333333333…** siempre se repite el 3, por eso lleva una "rayita" sobre él para indicar que es el número que tiene periodo o regularidad.
$\mathbf{5,\overline{24} = 5,2424242424}$ … siempre se repite el 24, por eso lleva una "rayita" sobre ambos números.

3) **Decimal Infinito Semi- Periódico:** Son aquellos decimales que no tienen fin, por eso son infinitos, también poseen periodo o regularidad, pero ésta no parte justo después de la coma. Ejemplos.
$\mathbf{0,2\overline{3} = 0,23333333}$ … si te fijas bien, el periodo no parte justo después de la coma, ya que antes hay un 2, por eso son SEMI periódicos.
$\mathbf{5,346\overline{12} = 5,3461212121212}$ … aquí el periodo es para el 12, pero no parte justo después de la coma.

4) **Decimales Infinitos NO periódicos:** Este tipo de decimales son aquellos con infinitos números después de la coma, pero que no siguen ningún patrón o regularidad, es decir **no tienen periodo**, aquí nos encontramos con números famosos y otros no tanto, por ejemplo:
π= 3,14159265359… el número pí, es un decimal que no sigue ningún periodo o patrón, siempre sigue con números distintos, lo que lo hace un infinito NO periódico.
$\sqrt{\mathbf{2}}$= 1,41421356237309…raíz de 2 es otro número en el cual no encontramos ningún patrón en sus números después de la coma, y en general todas las raíces cuadradas de números que no son exactas son también decimales infinitos NO periódicos.

¿TODOS LOS DECIMALES SON RACIONALES?

OJO, NO TODOS LOS DECIMALES PERTENECEN AL CONJUNTO DE LOS NUMEROS RACIONALES, ya que los decimales **infinitos NO periódicos**, no forman parte de este conjunto, (puesto que al no tener una regularidad no se pueden transformar en fracción), este tipo de números pertenecen al conjunto llamado **Irracionales** ($\mathbb{Q}$*).

AHORA TE TOCA A TÍ

Actividad 3: Transforma las siguientes fracciones a decimales, e indica que tipo de decimal son.

a) $\frac{3}{4} =$ b) $\frac{19}{3} =$ c) $\frac{1}{8} =$

d) $\frac{109}{90} =$ e) $\frac{12}{11} =$ f) $3\frac{1}{5} =$

g) $\frac{4}{9} =$ h) $\frac{2}{90} =$ i) $\frac{25}{7} =$

Transformar de decimal a fracción.

Como ya viste anteriormente, solo 3 tipos de decimales se pueden transformar en fracción, ya que los infinitos No periódicos, no forman parte del conjunto de los racionales. No existe un solo método para transformar, pero veremos el más simple

Transformar de decimal finito a fracción.

Para transformar este tipo de decimales finitos a fracción debes hacer lo siguiente.

Ejemplo 1)

1) escribes el número a transformar completo, pero sin la coma en el numerador (123).
2) En el denominador pones un 1, con tantos ceros como números hay después de la coma, en este caso hay solo un número después de la coma (el 3), por eso va un 1 con un solo 0, o sea 10.

numero a transformar
12,3

$$\frac{123}{10}$$

Ejemplo 2)

1) escribes el número a transformar completo, pero sin la coma en el numerador (459, si observas no se consideró el 0 ya que decir 0459 no tiene sentido cuando no está la coma).
2) En el denominador pones un 1, con tantos ceros como números hay después de la coma, en este caso hay tres números después de la coma (el 4 el 5 y el 9), por lo tanto, un 1 con 3 ceros, o sea 1000.

numero a transformar
0,459

$$\frac{459}{1000}$$

Transformar de decimal infinito Periódico a fracción.

Ejemplo 1)

1) En el numerador escribes el número a transformar completo pero sin la coma, y le restas lo que no tiene periodo. Observa que en este ejercicio sólo pongo el 3 ya que decir 03 sin la coma no tiene sentido, y luego le resto 0, que es lo que no tenía periodo. Realizas la resta.
2) En el denominador pones un 9 por cada número que tenga la "rayita" del periodo, en este caso como sólo el 3 tiene el periodo entonces se debe poner sólo un 9 en el denominador.

$0,\overline{3}$ número a transformar

$$\frac{3-0}{9} = \frac{3}{9}$$

Ejemplo 2)

1) En el numerador escribes el número a transformar completo pero sin la coma (1254), y les restas lo que no tiene periodo (12), realizas la resta (1242).
2) En el denominador pones un 9 por cada número que tenga la “rayita” del periodo, en este caso el 5 y el 4 tiene el periodo (54) entonces se debe poner dos 9 en el denominador (99).

número a transformar

$$12,\overline{54}$$

$$\frac{1254 - 12}{99} = \frac{1242}{99}$$

Transformar de decimal infinito Semi- Periódico a fracción.

Ejemplo 1)

1) En el numerador escribes el número a transformar completo pero sin la coma (705), y les restas lo que no tiene periodo (70), realizas la resta (635).
2) En el denominador pones un 9 por cada número que tenga la “rayita” del periodo, y un 0 por cada número que esté después de la coma pero que NO tenga periodo, ojo que en este caso se ponen primero los “nueves” y luego los “ceros”, entonces se debe poner un 9 (porque hay un solo número que es el 5 que tiene periodo) y un 0 (porque hay una solo numero después de la coma sin periodo, el 0). Por lo tanto, en el denominador va un 90.

número a transformar

$$7,0\overline{5}$$

$$\frac{705 - 70}{90} = \frac{635}{90}$$

Ejemplo 2)

1) En el numerador escribes el número a transformar completo pero sin la coma (4352), y les restas lo que no tiene periodo (43), realizas la resta (4309).
2) En el denominador pones un 9 por cada número que tenga la “rayita” del periodo (en este caso son dos “nueves” ya que el 5 y el 2 tienen periodo). Y un 0 por cada número que esté después de la coma pero que NO tenga periodo (es este caso van 2 “ceros” ya que el 4 y el 3 no tienen periodo). Por lo tanto, en el denominador va un 9900. Recuerda que siempre se parte poniendo los “nueves” primero.

número a transformar

$$0,43\overline{52}$$

$$\frac{4352 - 43}{9900} = \frac{4309}{9900}$$

AHORA TE TOCA A TÍ

Actividad 4: Transforma los siguientes decimales a fracción, simplifica de ser posible.

$a)\ 0{,}1 =$	$b)\ 7,\overline{6} =$	$c)\ 1{,}37\overline{5} =$
$d)\ 0{,}048 =$	$e)\ 0,\overline{45} =$	$f)\ 0{,}3\overline{45} =$
$g)\ 5{,}02 =$	$h)\ 3,\overline{04} =$	$i)\ 5{,}01\overline{38} =$
$j)\ 435{,}1257 =$	$k)\ 0,\overline{0348} =$	$l)\ 25{,}62\overline{123} =$

OPERATORIA CON RACIONALES

OPERATORIA CON FRACCIONES:

<u>Suma y Resta de Fracciones</u>: Cuando queremos sumar o restar fracciones existen dos casos.

<u>Caso1: Cuando El Denominador es Igual.</u>

En este caso es sencillo, ya que el denominador se conserva, y se suman o restan los numeradores, dependiendo de su signo.

Ejemplo 1:

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{15}{2}$$

En este caso, como tenemos el mismo denominador “2” (número de abajo) en las 3 fracciones, entonces simplemente lo conservamos. Y luego sumamos los numeradores (números de arriba) ya que todos tienen el mismo signo, 3 + 5 + 7 = 15. Listo.

Ejemplo 2:

$$-\frac{3}{4} - \frac{5}{4} - \frac{7}{4} = -\frac{15}{4}$$

En este caso, como tenemos el mismo denominador “4” (número de abajo) en las 3 fracciones, entonces simplemente lo conservamos. Y luego sumamos los numeradores (números de arriba) ya que todos tienen el mismo signo, - 3 - 5 - 7 = - 15. Listo.

Ejemplo 3:

$$\frac{3}{9} - \frac{5}{9} + \frac{7}{9} = \frac{5}{9}$$

En este caso, como tenemos el mismo denominador “9” (número de abajo) en las 3 fracciones, entonces simplemente lo conservamos. Y luego sumamos y restamos los numeradores (números de arriba). Como el 3 y 7 tiene en mismo signo, los sumamos 3 + 7 = 10 y ahora a eso le restamos el 5 negativo. 10 – 5 = 5. Listo.

<u>Caso1: Cuando El Denominador es Distinto.</u>

Ejemplo 1:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$$

En este caso, observa que tenemos distintos denominadores “3 y 4”, entonces para poder realizar las sumas o restas debemos igualar dichos denominadores usando el mínimo común múltiplo (M.C.M.).

numeros primos {2, 3, 5, 7, 11...}

El M.C.M. se obtiene dividiendo por números primos de ser posible y en forma exacta.

$$\begin{array}{cc|l} 3 & 4 & :2 \quad 12 \\ \hline 3 & 2 & :2 \quad 6 \\ 3 & 1 & :3 \\ 1 & 1 & \boxed{12} \end{array}$$

Partimos dividiendo por 2, porque 4 se puede dividir por 2 en forma exacta, y como el 3 no se puede simplemente lo bajamos a la espera de poder dividirse con otro primo.

Luego se sigue por 2 ya que 2 se puede dividir por 2 y nos da 1, a esto queremos llegar, puros “unos”.

Por ultimo dividimos por 3, ya que el 3 se puede dividir por el primo 3, y llegamos a puros “unos” que era nuestro objetivo. Ahora multiplicamos todos los primos que usamos, de abajo hacia arriba 3 • 2 = 6 ; 6 • 2 = 12, entonces 12 es nuestro M.C.M.

$$\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12}$$

$$= \frac{17}{12}$$

Ahora ese 12, es el número que nosotros queremos crear en el denominador de ambas fracciones, y para poder crearlo, debemos usar la técnica de la **amplificación,** que consiste el multiplicar una fracción por el mismo número en el numerador y en el denominador. La primera fracción la amplificamos por 4, y la segunda por 3, eso produce que nuestros denominadores se igualen a 12, entonces ahora solo conservamos dicho denominador y sumamos los numeradores.

Ejemplo 2:

$$\frac{5}{4}+\frac{1}{5}-\frac{7}{2}$$

En este caso nos volvemos a encontrar con suma y resta de fracciones de Distinto denominador, y como ya sabemos, debemos igualar dichos denominadores, para esto debemos encontrar el M.C.M. entre 4, 5 y 2.

numeros primos {2, 3, 5, 7, 11...}

Usando los números primos comenzamos a dividir los denominadores, recuerda que solo si es posible dividirlos en forma exacta.

$$\begin{array}{ccc|l} 4 & 5 & 2 & :2 \quad 20 \\ \hline 2 & 5 & 1 & :2 \quad 10 \\ 1 & 5 & 1 & :5 \\ 1 & 1 & 1 & \boxed{20} \end{array}$$

Partimos dividiendo por 2, como el 4 y el 2 se pueden dividir, lo hacemos, y como 5 no se puede dividir en forma exacta, simplemente lo bajamos. Luego repetimos por 2, ya que 2 se puede dividir por 2 y nos da 1.

Por ultimo dividimos por 5, ya que es la única manera de dividirlo en forma exacta. Observa que nos saltamos el dividir por 3, ya que ninguno de los números se podía dividir por 3 en forma exacta.

Ahora que ya llegamos a “puros unos”, multiplicamos de abajo hacia arriba los primos que usamos, 5 • 2 = 10 ; 10 • 2 = 20, por lo tanto 20 es el M.C.M.

Ya con el M.C.M. procedemos a amplificar las fracciones del ejercicio original.

recuerda que lo que queremos es que los denominadores se nos hagan iguales, por lo tanto, amplificamos por un número que haga que el denominador se convierta en este caso en “20”. Los numeradores no importan que queden diferentes.

$$\frac{5\cdot5}{4\cdot5}+\frac{1\cdot4}{5\cdot4}-\frac{7\cdot10}{2\cdot10}=\frac{25}{20}+\frac{4}{20}-\frac{70}{20}$$

Cuando logramos hacer que todos los denominadores queden iguales, solo tenemos que sumar y restar los numeradores, teniendo en cuenta los signos.

$$=-\frac{41}{20}$$

AHORA TE TOCA A TÍ

Actividad 5: Realiza las siguientes sumas y restas de fracciones.

$a)\ \frac{5}{7}-\frac{1}{7}=$ $\qquad b)\ -\frac{7}{2}+\frac{3}{2}=$ $\qquad c)\ \frac{2}{5}-\frac{3}{5}=$

$d)\ -\frac{4}{5}-\frac{2}{5}-\frac{3}{5}=$ $\qquad e)\ \frac{5}{13}+\frac{3}{13}+\frac{2}{13}=$ $\qquad f)\ \frac{6}{4}-\frac{3}{4}-\frac{2}{4}=$

$g)\ \frac{5}{4}+\frac{1}{6}=$ $\qquad h)\ \frac{3}{5}-\frac{1}{6}=$ $\qquad i)\ \frac{2}{5}-\frac{1}{6}=$

$j)\ \frac{5}{4}+\frac{1}{6}-\frac{3}{5}=$ $\qquad k)\ \frac{3}{5}-\frac{1}{6}+\frac{3}{2}=$ $\qquad l)\ \frac{2}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}=$

Multiplicación y División de Fracciones.

Multiplicar y dividir fracciones, si te sabes las tablas, te resultará muy fácil.

Multiplicación de fracciones:

La multiplicación de fracciones se realiza frente a frente, es decir, se multiplica numerador con numerador, y denominador con denominador. En otras palabras, “los de arriba con los de arriba” “los de abajo con los de abajo”.

Ejemplo 1)

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$$

Se multiplica el 3 con el 4, y el 5 con el 7, y listo.

Si se llegase a poder simplificar, como en todo ejercicio, hay que hacerlo. En este caso no es posible así que el ejercicio está terminado.

Ejemplo 2)

$$-\frac{7}{5} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{28}{25}$$

Se multiplica numerador con numerador, y denominador con denominador. Observa que además se multiplicó un negativo por un positivo, por eso queda el resultado negativo. (tampoco se pudo simplificar)

Ejemplo 3)

Multiplicamos numerador con numerador, y denominador con denominador. Observa que el resultado se puede simplificar, ya que ambos números (numerador y denominador 32/30) están en la tabla del 2, por lo tanto, los dividimos por dicho valor.

$$\frac{8}{5} \cdot \frac{4}{6} = \frac{32 :2}{30 :2} = \frac{16}{15}$$

División de fracciones:

Para dividir fracciones, debes conocer el concepto de inverso multiplicativo, ya que, para dividir es necesario transformar la segunda fracción usando dicho inverso y así, la división se nos transforma en una multiplicación de fracciones.

Inverso multiplicativo: el inverso multiplicativo de un número es aquel con el cual al multiplicarse dichos números da como resultado 1.

Numero	Inverso Multiplicativo
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{1}$
$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{4}{1}$	$\frac{1}{4}$

Si te fijas si multiplicáramos un numero con su inverso, el resultado sería 1.

Básicamente, y si así lo prefieres, el inverso multiplicativo de un número es “darlo vuelta” lo que estaba en el denominador pasa al numerador, y lo que estaba en el numerador pasa al denominador.

AHORA VAMOS A DIVIDIR:

Ejemplo 1)

$$\frac{4}{3} : \frac{5}{2}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$$

Observa, la división se transformó en una multiplicación usando el inverso multiplicativo, **sólo de la segunda fracción,** y luego dicha multiplicación se realiza frente a frente como ya aprendimos anteriormente.

Ejemplo 2)

$$\frac{5}{8} : \frac{8}{3}$$

$$\frac{5}{8} \bullet \frac{3}{8} = \frac{15}{64}$$

Observa, la división se transformó en una multiplicación usando el inverso multiplicativo, **sólo de la segunda fracción,** o sea “se dio vuelta la segunda fracción”, y luego dicha multiplicación se realiza frente a frente como ya aprendimos anteriormente.

Ejemplo 3)

$$\frac{4}{8} : \frac{6}{5}$$

$$\frac{4}{8} \bullet \frac{5}{6} = \frac{20\ :2}{48\ :2} = \frac{10\ :2}{24\ :2} = \frac{5}{12}$$

Observa, la división se transformó en una multiplicación usando el inverso multiplicativo, **sólo de la segunda fracción,** o sea “se dio vuelta la segunda fracción”, y luego dicha multiplicación se realiza frente a frente como ya aprendimos anteriormente.

Para finalizar se realizaron simplificaciones, para dejar la fracción de una manera irreductible. Date cuenta que simplificamos dos veces por 2, también se podría haber realizado una sola simplificación por 4.

AHORA TE TOCA A TÍ

Actividad 6: Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones de fracciones.

$a)\ \frac{2}{3} \bullet \frac{1}{4} =$ $\qquad b)\ \frac{2}{3} : \frac{1}{4} =$ $\qquad c)\ \frac{7}{3} \bullet \frac{2}{9} =$

$d)\ -\frac{8}{9} \bullet \frac{3}{4} =$ $\qquad e)\ -\frac{6}{7} : -\frac{9}{2} =$ $\qquad f)\ \frac{1}{3} \bullet \frac{5}{4} =$

$g)\ \frac{2}{3} \bullet \frac{1}{4} \bullet \frac{3}{5} =$ $\qquad h)\ \frac{1}{8} \bullet \frac{2}{3} \bullet \frac{2}{9} =$ $\qquad i)\ \frac{3}{7} \bullet \frac{2}{9} \bullet \frac{1}{8} =$

$j)\ -\frac{4}{7} \bullet \frac{5}{6} \bullet -\frac{9}{5} =$ $\qquad k)\ \frac{1}{9} \bullet -\frac{3}{11} \bullet \frac{4}{7} =$ $\qquad l)\ \frac{3}{2} \bullet \frac{9}{10} \bullet \frac{4}{6} =$

$m)\ -\frac{3}{7} : \frac{2}{8} =$ $\qquad n)\ \frac{4}{5} : -\frac{3}{7} =$ $\qquad o)\ -\frac{9}{12} : \frac{7}{5} =$

$p)\ -4 \bullet \frac{2}{3} =$ $\qquad q)\ 8 : -\frac{3}{7} =$ $\qquad r)\ \frac{3}{5} : \frac{1}{2} : \frac{4}{3} =$

$s)\ \frac{2}{3} \bullet 7 =$ $\qquad t)\ \frac{3}{7} : 6 =$ $\qquad u)\ \frac{4}{2} : \frac{6}{5} : \frac{1}{2} =$

OPERATORIA CON DECIMALES:

<u>Suma y Resta de decimales</u>: Cuando queremos sumar o restar decimales, debemos tener en cuenta la coma decimal para ubicarla bien, ya que ésta nos permite que sumemos ordenadamente unidades con unidades, décimas con décimas, centésimas con centésimas etc.

Ejemplo 1)

Sumaremos 1,254 + 0,5

$$\begin{array}{r} 1,254 \\ +\ \underline{0,5} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1,254 \\ +\ \underline{0,500} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,254 \\ +\ \underline{0,500} \\ \boxed{1,754} \end{array}$$

Primero ordenamos los números, procurando que la coma quede ordenada una debajo de la otra.

Luego completamos el número agregando “ceros”.

Por ultimo procedemos a sumar normal, pero si o si, al final hay que poner la “coma” en el mismo lugar, siguiendo a las anteriores.

Ejemplo 2)

Sumaremos 145,0678 + 72,85

$$\begin{array}{r} 145,0678 \\ +\ \underline{72,85} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 145,0678 \\ +\underline{072,8500} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145,0678 \\ +\underline{072,8500} \\ 217,9178 \end{array}$$

Primeo ordenamos los números de manera que las comas queden en el mismo lugar.

Luego completamos con ceros los espacios vacíos.

Procedemos a sumar de manera normal, procurando escribir la como en el lugar que le corresponde, bajo las otras.

Ejemplo 3)

Restaremos 7,4218 - 265,03

$$\begin{array}{r} 265,03 \\ -\ \underline{7,4218} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 265,0300 \\ -\ \underline{007,4218} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 265,0300 \\ -\ \underline{007,4218} \\ 257,6082 \end{array}$$

como el mayor es negativo, entonces - 257,6082

Ojo que en la resta debes recordar que siempre el mayor número va “arriba” para poder realizar dicha resta.

Ordenamos los números de manera que las comas queden en el mismo lugar.

Completamos con “ceros” los espacios vacíos.

Restamos de manera normal.

Por ultimo como el número con mayor valor absoluto es negativo, entonces el resultado nos queda negativo, recuerda que en la suma y resta siempre conservamos el signo del mayor valor absoluto.

RECUERDA QUE, SI AMBOS DECIMALES FUERAN NEGATIVOS, TENDRÍAS QUE SUMARLOS, YA QUE SIGNOS IGUALES SE SUMAN.

<u>Multiplicación de decimales</u>: Para multiplicar decimales, sigue los siguientes pasos.

1) Multiplica normalmente, ignorando las comas decimales.

2) Después pon la coma decimal en la respuesta, ésta tiene que tener tantas cifras decimales como había en los dos números juntos que se multiplicaban. En otras palabras, sólo tienes que contar cuántas cifras hay después de la coma decimal en *los dos* números que multiplicas, y la respuesta tiene que tener esa cantidad después de *su* coma decimal.

Ejemplo1) •

multiplicaremos 0,03 • 1,1

```
  003 • 11
  003
+003
 0033  ⇒  0,033
```

Multiplicamos como si no hubiese coma decimal.

Recuerda que te debes saltar un espacio cada vez que multiplicas por un nuevo número.

Ahora como 0,03 tiene 2 cifras decimales y 1,1 tiene 1 cifra decimal, entonces nuestro resultado tendrá 2+1= 3 cifras decimales.

Ejemplo 2)

multiplicaremos 102 • 0,22

```
   102 • 0,22
    204
   204
+ 000
  02244  ⇒  22,44
```

Multiplicamos como si no hubiese coma decimal, saltando espacios, y sumando los resultados.

Ahora como 102 no tiene cifras decimales, y 0,22 tiene 2 cifras decimales, entonces nuestro resultado tendrá 0+2=2 cifras decimales (recuerda que las contamos de derecha a izquierda) y no tiene sentido que escribamos 022,44; ya que ese 0 no nos sirve de nada en esa posición, si la coma estuviera justo después del 0 ahí sí que obligadamente lo tendríamos que escribir.

<u>División de decimales</u>: Para dividir decimales, sigue los siguientes pasos.

1) Observa cuantos decimales tiene cada número, la idea es dejar ambos números como enteros. Para esto, igualamos la cantidad de decimales agregando "ceros" al número que le falte.

Ejemplo 1) Por ejemplo, 0,45 tiene 2 decimales, y 0,2 tiene solo uno, entonces lo que hacemos es igualar la cantidad de decimales agregándole un "cero" al 0,2 quedándonos como 0,20.

0,45 : 0,2 =
⇓
0,45 : 0,20 =

2) Ahora hacemos el segundo paso, eliminamos sin problemas las comas, y dividimos normal, en el ejemplo anterior la división nos quedaría:

45 : 20 =

Observa que no se puso el cero anterior al 45 y al 20 ya que dichos ceros a la izquierda sin la coma no tienen valor, y que el 20 es ahora el divisor.

```
45 : 20 = 2,25
 50
 100
   0
```

Ahora realizamos la división normal, dándonos como resultado 2,25

Ejemplo 2)

$4{,}8 \ : \ 1{,}2 \ =$

$48 \ : \ 12 \ = 4$

0

Si queremos dividir 4,8 y 1,2 resultará muy sencillo, ya que ambos tienen un decimal, así que podemos quitar las comas sin problemas. Lo que nos queda 48 : 12.

Ahora solamente necesitamos dividir normal, y listo el resultado es 4.

Ejemplo 3)

$35{,}8 \ : \ 0{,}25 =$

$35{,}80 : \ 0{,}25 =$

$3580 \ : \ 25 \ = 143{,}2$

108

80

50

0

Observa que el primer número (dividendo) tiene un solo decimal, y el segundo (divisor) tiene 2 cifras decimales, como lo que queremos es igualar la cantidad, entonces agregamos un “cero” al que le faltaba, en este caso al dividendo.

Ahora que tenemos igualadas la cantidad de cifras decimales, eliminamos la coma y procedemos a dividir normal.

Nótese que al 25 no le pusimos el 0 por que sin la coma un cero a la izquierda no sirve de nada.

Recuerda que: todos los números enteros también se pueden escribir como decimales.

Recuerda que: en este tipo de operaciones también se usa la regla de los signos.

Ejemplo: el número entero 5
como decimal sería 5,0
5,00
5,000 etc.

Todo va a depender de cuantas cifras decimales vas a necesitar para igualar a algún número.

AHORA TE TOCA A TÍ

Actividad 7: Realiza las siguientes sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de decimales.

$a)\ 103{,}7 + 67{,}99 =$	$b)\ -9{,}2 + 1{,}076 =$	$c)\ 19 - 5{,}076 =$
$d)\ 43{,}078 + 47 =$	$e)\ -34{,}54 - 2{,}4 =$	$f)\ -0{,}005 - 0{,}23 =$
$g)\ 65{,}8 \bullet 9 =$	$h)\ 34{,}54 \bullet 2{,}4 =$	$i)\ 763 \bullet 1{,}5 =$
$j)\ 2{,}56 \bullet 1{,}03 =$	$k)\ 0{,}4 \bullet 0{,}4 =$	$l)\ 0{,}04 \bullet 0{,}04 =$
$m)\ 65{,}8 : 2 =$	$n)\ 34{,}5 : 0{,}25 =$	$o)\ 9{,}6 : 0{,}3 =$
$p)\ 65{,}8 : 2{,}5 =$	$q)\ 3{,}456 : 0{,}2 =$	$r)\ 5{,}9 : 5{,}9 =$