



Guía n°5
Unidad 1

Nombre:

Fecha:

Objetivo: Interpretar información que involucra números enteros y realiza comparaciones entre ellos.

¿CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS?

El conjunto de los números enteros surge como una necesidad de llenar algunos vacíos que existían al trabajar con los naturales: resolver sustracciones donde el minuendo es menor que el sustraendo, expresar la pérdida de dinero en un negocio, señalar temperaturas bajo cero, indicar las profundidades bajo el nivel del mar, entre otros.

El hombre visto en la imposibilidad de realizar algunas restas, crea el conjunto de los números negativos, los que en su principio se conocían como <<números deudos>> o <<¡números imposibles!>>. Por otro lado, el número 0 apareció en Mesopotamia hacia el siglo III AC, ubicándolo como un dígito sin contenido, una referencia para diferenciar las cantidades positivas (a la derecha del cero) de las negativas (a la izquierda del cero).

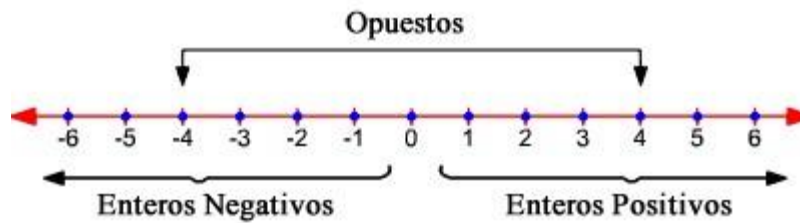
Es así que el conjunto de los números enteros por extensión puede escribirse como:

$$\{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

El conjunto de los números enteros se denota por la letra \mathbb{Z} , el cual se conforma de la unión de tres subconjuntos $\mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$. Además debemos tener presente que $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$.

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN LA RECTA NUMÉRICA.

Los números negativos se consideran como los opuestos de sus simétricos positivos y viceversa. Es así que:



ORDEN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

Para ordenar los números enteros se pueden considerar las siguientes aseveraciones:

- Todo número entero a la derecha del cero en la recta numérica, es positivo.
- Todo número entero a la izquierda del cero en la recta numérica, es negativo.
- Todo número entero que esté a la derecha de otro en la recta numérica, es mayor que él.
- Todo número entero que esté a la izquierda de otro en la recta numérica, es menor que él.
- Todo número negativo es menor que cero.
- Todo número positivo es mayor que cero.
- Todo número negativo es menor que cualquier número positivo.

ACTIVIDAD 1.

Escribe en el recuadro vacío la respuesta a cada ejercicio utilizando el símbolo $< o >$ en cada caso.

a) Ordena en forma creciente los siguientes números.

6 ; -2 ; -10 ; -9 ; 5 ; 0 ; -1 ; 1

b) Ordena en forma creciente los siguientes números.

-63 ; 0 ; 78 ; -123 ; -29 ; 1 ; -1 ; -12 ; 65 ; -93 ; 17

c) Ordena en forma decreciente los siguientes números.

-978 ; -798 ; -576 ; -788 ; -654 ; 0

d) Ordena en forma creciente los siguientes números.

546 ; -756 ; -3.745 ; -36.574 ; 564 ; 3.754 ; -765 ; -36.457 ; -3.457 ; 0

e) Si $a \in \mathbb{Z}$, ordena de menor a mayor las siguientes expresiones.

$a - 9$; a ; $a - 7$; $a + 5$; $a - 17$; $a + 30$; $a - 1$

VALOR ABSOLUTO.

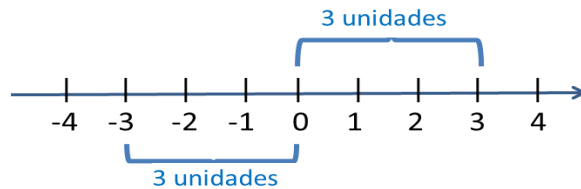
El valor absoluto de un número entero se define como la distancia en unidades de dicho número con respecto al cero.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{si } a \in \mathbb{Z} \\ -a, & \text{si } a \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} |7| &= 7 \\ |-7| &= -(-7) = 7 \end{aligned}$$

Como se observa en el ejemplo, el valor absoluto corresponde a una distancia, por lo tanto **siempre será positivo**.



ACTIVIDAD 2.

Completa las siguientes oraciones sobre los números enteros.

- El conjunto de los números enteros se simboliza con la letra _____.
- Los números negativos se encuentran a la _____ del cero.
- Los números positivos se encuentran a la _____ del cero.
- El número 2.345 es _____ que el número -5.489.
- El número 0 es _____ que el número -267.
- $|-24|$ es _____ $|24|$.
- $|-15|$ es _____ 0.
- El antecesor de -9 es _____ el sucesor de -11.
- El antecesor de -15 es _____ el sucesor de -14.
- $|-15|$ es _____ $|-20|$.
- El conjunto de los enteros se forma por tres subconjuntos: _____.
- El conjunto $\mathbb{N} =$ _____.
- El valor absoluto de un número es la _____ entre dicho número y el cero. Por lo tanto, el valor absoluto de cualquier entero es siempre _____.

OPERACIONES EN LOS NÚMEROS ENTEROS.

El conjunto de los números enteros se define bajo dos operaciones, las que definen la estructura de un Anillo conmutativo.

Es decir $(\mathbb{Z}, +, \times)$ es un Anillo conmutativo:

$(\mathbb{Z}, +)$ es un grupo abeliano.

(\mathbb{Z}, \times) cumple con la clausura, asociatividad, elemento neutro y conmutatividad. $(\mathbb{Z}, +, \times)$ cumple la distributividad de \times sobre $+$.

1. **Adición:** La adición de números enteros define cuatro casos posibles:

$$\mathbb{Z}^+ + \mathbb{Z}^+$$

$$\mathbb{Z}^+ + \mathbb{Z}^-$$

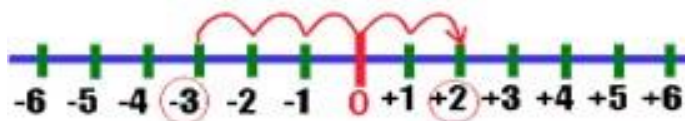
$$\mathbb{Z}^- + \mathbb{Z}^+$$

$$\mathbb{Z}^- + \mathbb{Z}^-$$

Para sumar dos números enteros se puede realizar por dos métodos:

- a) **Utilizando una recta numérica:** tomando como referencia el cero, sabiendo que las cifras positivas representan unidades a la derecha y las negativas a la izquierda, moverse tantos espacios a la derecha o izquierda como indiquen los sumandos de la suma. Ejemplos:

$$(-3) + 5 = +2$$



- b) **Utilizando el concepto de valor absoluto:**

- Para sumar dos enteros con el mismo signo, hay que hallar la suma de sus valores absolutos, acompañando la suma con el signo de los sumandos. Ejemplo:

$$5 + 3 = +(|5| + |3|) = +8$$

$$(-5) + (-3) = -(|-5| + |-3|) = -8$$

- Para sumar dos enteros con diferente signo, hay que hallar la diferencia de los valores absolutos (Mayor valor absoluto – Menor valor absoluto), acompañando el resultado con el signo del entero que tiene mayor valor absoluto. Ejemplo:

$$(-5) + 3 = -(|-5| - |3|) = -2$$

$$5 + (-3) = +(|5| - |-3|) = +2$$

Propiedades de la Adición de enteros.

Los enteros con la adición definen las propiedades de:

- b) **Clausura:** La suma de dos enteros siempre es un entero.

Ejemplo:

$$(-5) \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-5) + 2 = -3 \in \mathbb{Z}$$

- c) **Asociatividad:** Si sumamos más de dos enteros, el orden de agrupar los sumandos no altera la suma.

Ejemplo:

$$(-5) \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{Z}, (-3) \in \mathbb{Z} \Rightarrow ((-5) + 2) + (-3) = (-5) + (2 + (-3))$$

d) Elemento Neutro Aditivo: para todo número entero, existe un único entero que sumado con cualquiera de los números, da como resultado el mismo número entero. En el conjunto de los números enteros, el Cero es el Elemento Neutro Aditivo. Ejemplo:

$$(-7) \in \mathbb{Z}, 0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-7) + 0 = 0 + (-7) = (-7)$$

e) Elemento Inverso Aditivo: Cuando se suman dos números con signos opuestos pero igual valor absoluto el resultado es cero y se considera que uno es el inverso aditivo del otro. Ejemplo:

$$10 \in \mathbb{Z}, (-10) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10 + (-10) = (-10) + 10 = 0$$

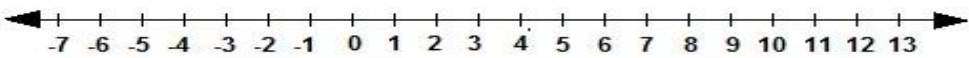
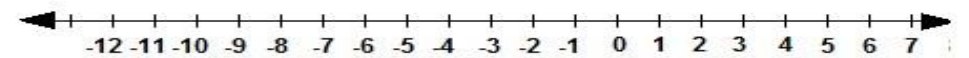
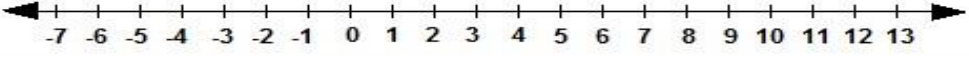
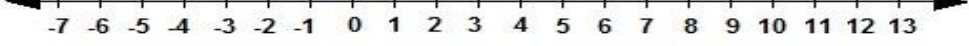
f) Conmutatividad: el orden de los sumandos no altera la suma.

Ejemplo:

$$10 \in \mathbb{Z}, (-90) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10 + (-90) = (-90) + 10$$

ACTIVIDAD 3.

Resuelve la suma de enteros utilizando la recta numérica.

$+7 + +4 = \square$	
$-7 + -4 = \square$	
$+7 + -4 = \square$	
$-7 + +4 = \square$	

ACTIVIDAD 4.

Resuelve la suma de enteros utilizando el concepto de valor absoluto.

a) $-5 + 12 =$

b) $-18 + 7 =$

c) $-9 + -9 =$

d) $15 + 9 =$

e) $-12 + -7 =$

f) $8 + -4 =$

g) $-14 + -23 =$

h) $-12 + -17 + 21 =$

i) $34 + 45 + -18 + -32 =$

j) $2 + 3 + 11 + -7 + -21 =$

Observación:

La **sustracción** no es una operación binaria definida. Para realizar la resta de enteros se debe sumar el minuendo con el inverso aditivo del sustraendo. Ejemplos:

$$8 \in \mathbb{Z}, (-10) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 8 - (-10) = 8 + 10$$

$$(-9) \in \mathbb{Z}, 5 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-9) - 5 = (-9) + (-5)$$

$$7 \in \mathbb{Z}, 10 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 7 - 10 = 7 + (-10)$$

$$(-18) \in \mathbb{Z}, (-12) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-18) - (-12) = (-18) + 12$$

- La resta de dos enteros resulta un número entero.
- La sustracción de enteros NO es conmutativa.

ACTIVIDAD 5.

Resuelve cada ejercicio en forma ordenada.

a) $|2| + |3| =$

b) $|-2| + |-3| =$

c) $8 - |-3| =$

d) $|3| - 2 =$

e) $|-8| + 2 =$

f) $|-4| - |-5| =$

g) Si $A = -32 + 73 + 94$ y $B = -27 + 62 + 31 + 28 - 72$, ¿Cuál es el valor de $A + B$?

h) Si $A = -2 - 35 + 24 + -37$ y $B = -9 - 25 + 17 + -32$, ¿Cuál es el valor de $A - B$?

i) Si el antecesor de A es -95 y el sucesor de B es -35 . ¿Cuál es el valor de $B - A$?

j) Un ascensor sube desde el primer piso al quinto piso, baja al segundo, sube al octavo, vuelve al primer piso, sube al sexto y vuelve al primer piso. Si cada piso tiene 3 metros de altura, ¿Cuántos metros recorrió el ascensor?

k) En un colegio hay 370 mujeres y 510 hombres. Si al final de año se cambian de colegio hombres y 13 mujeres, y se matricularon 12 hombres y 30 mujeres. ¿Cuántos hombres y mujeres habrán el próximo año en el colegio?

2. **Multiplicación:** Para multiplicar dos números enteros se multiplican sus valores absolutos y el resultado se deja con signo positivo si ambos factores son del mismo signo o se le pone el signo negativo si los factores son de signos contrarios. Es decir:

$$\begin{array}{l} + * + = + \\ + * - = - \\ - * + = - \\ - * - = + \end{array}$$

Ejemplos:

$$\begin{array}{l} +3 * +6 = +18 \\ +3 * -6 = -18 \\ -3 * +6 = -18 \\ -3 * -6 = +18 \end{array}$$

Propiedades de la Multiplicación de Enteros.

Los enteros con la multiplicación definen las propiedades de:

- a) Clausura: El producto de dos enteros siempre es un entero.

Ejemplo:

$$(-5) \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-5) * 2 = -10 \in \mathbb{Z}$$

- b) Asociatividad: Si multiplicamos más de dos enteros, el orden de agrupar los factores no altera el producto. Ejemplo:

$$(-5) \in \mathbb{Z}, 2 \in \mathbb{Z}, (-3) \in \mathbb{Z} \Rightarrow ((-5) * 2) * (-3) = (-5) * (2 * (-3))$$

- c) Elemento Neutro Multiplicativo: para todo número entero, existe un único entero que multiplicado con cualquiera de los números, da como resultado el mismo número entero. En el conjunto de los números enteros, el Uno es el *Elemento Neutro Multiplicativo*. Ejemplo:

$$(-7) \in \mathbb{Z}, 1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-7) * 1 = 1 * (-7) = (-7)$$

- d) Conmutatividad: el orden de los factores no altera el producto.

Ejemplo:

$$10 \in \mathbb{Z}, (-9) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10 * (-9) = (-9) * 10$$

Observación:

La **división** no es una operación binaria definida. Debemos tener presente que la división se considera posible, en los enteros, solo si el resto es cero. Para dividir dos números enteros, se dividen sus valores absolutos y el resultado se deja con signo positivo si el dividendo y el divisor son de igual signo o se le pone signo negativo si el dividendo y el divisor son de signos opuestos.

$$\begin{array}{l} + : + = + \\ + : - = - \\ - : + = - \\ - : - = + \end{array}$$

Ejemplos:

$$+18 : +6 = +3$$

$$+18 : -6 = -3$$

$$-18 : +6 = -3$$

$$-18 : -6 = +3$$

Algoritmo de la división de Enteros.

Si la división de dos enteros tiene resto distinto de cero, se dice que el cociente no pertenece a los enteros, sin embargo el dividendo se puede escribir como la suma del resto con el producto entre el cociente y el divisor. Es decir:

$$\begin{array}{r} 20 : 8 = 2 \\ \underline{-16} \\ 4 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{20 = 4 + (2 * 8)}$$

ACTIVIDAD 6.

Resuelve las siguientes multiplicaciones de enteros.

a) $5 * -9 =$

b) $-3 * -12 =$

c) $-2 * -3 * -4 * -1 =$

d) $-2 * -3 * -4 * -5 * -1 * -2 * 2 =$

e) $(4 * -3) * -5 =$

f) $(-6 * 9 * -2) * (-2 * 1) =$

g) $(-1 * -1 * -1) * -1 * (-1 * -1) =$

ACTIVIDAD 7.

Resuelve las siguientes divisiones de enteros.

h) $-24 : -8 =$

i) $12 : 3 =$

j) $-30 : 5 =$

k) $16 : -4 =$

ACTIVIDAD 8.

Utilizando el algoritmo de la división de enteros resuelve los siguientes ejercicios.

a) $26 : 7 =$

b) $12 : 5 =$

c) $-30 : 9$

d) $16 : -5 =$

e) $-31 : -3 =$

ACTIVIDAD 9.

Completa cada tabla con el resultado de la operación que se indica.

a)

+	-30	-17	35	40	-12	-25
-15	-45					
-4						
-19						
23						
32						
-16						

b)

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$a * (b - c)$	$b * (c + a)$	$a * c * -1$
-2	-3	-1	$-2 * (-3 - (-1)) = 4$	$-3 * ((-1) + (-2)) = -9$	$-2 * -1 * -1 = -2$
3	2	-4			
3	-1	-5			
-4	2	-6			

c)

<i>a</i>	<i>b</i>	$-96 : a$	$144 : b$
-12	-24	$-96 : -12 = 8$	$144 : -24 = -6$
8	6		
-16	-48		
24	36		

ACTIVIDAD 10.

Resuelve en tu cuaderno los siguientes ejercicios combinados.

a) $32 - 19 + 4 =$

b) $3 - 18 + 35 - 53 =$

c) $16 + 5 - 26 + 3 - 6 - 14 =$

d) $-12 - 36 - 8 + 15 - 19 - 20 - 36 + 2 - 1 =$

e) $(15 - 7) + (6 - 1) - (9 - 6) + (19 + 8) - (3 - 1) + (4 + 5) =$

f) $52 + [8 - 3 + \{4 + 2 - 1\}] =$

ACTIVIDAD 11.

En el fútbol, la “diferencia de goles” de un equipo es la resta entre los goles a favor y los goles en contra. A fines de mayo de 2001 la tabla de posiciones de los equipos de la zona americana de fútbol era la siguiente:

EQUIPO	GF	GC	DIF
1. Argentina	30	11	
2. Paraguay	20	11	
3. Ecuador		15	15
4. Brasil	22	11	
5. Colombia		12	9
6. Uruguay		13	8
7. Perú	11	15	
8. Chile	12	17	
8. Bolivia	8	19	

ACTIVIDAD 12.

Anoto el número entero que representa la situación dada:

- a) 4 metros bajo el nivel del mar _____
- b) 2° sobre cero _____
- c) Aumento de 5 kilogramos _____
- d) 3 dólares de pérdida _____
- e) Temperatura de 20° C _____
- f) El ascensor está en el 2° sótano _____
- g) El año 1810 A. C. _____
- h) El año 500 D. C. _____
- i) 2000 metros sobre el mar _____
- j) Debo \$ 55.000 _____

Si necesitas de mi ayuda me puedes escribir un correo a : mgfs1121@gmail.com